

Лабораторная работа 2

Моделирование квантования в Matlab и Simulink

Цель работы: освоение приемов квантования дискретных сигналов в средах Matlab и Simulink

Рабочее задание

1. Смоделировать в среде Matlab гармонический сигнал $s(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$. Параметры сигнала приведены в таблице 1. Частота дискретизации $F_s = 1000$ Гц. Длительность T гармонического сигнала выбрать так, чтобы на ней уложилось два периода.

2. Смоделировать в среде Matlab процедуру линейного квантования гармонического сигнала.

Параметры codebook и partition задайте, исходя из требуемого количества уровней L (табл.1);

3. Смоделировать в среде Simulink процедуру нелинейного квантования гармонического сигнала.

Нелинейное квантование осуществить с принятой в Европе характеристикой устройства сжатия (значение параметра A приведено в табл.1), приняв $y_{\max} = x_{\max}$ (количество уровней квантования L оставить прежним).

Таблица 1

Вар. \ Парам.	1	2	3	4	5	6	7	8
A	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
f_0 , Гц	40	50	60	70	60	50	40	50
φ , рад	0	π	0	0	π	0	π	0
L	5	6	7	6	5	6	7	6
A	5	10	15	20	25	30	35	40

В отчете представить:

- листинг программы Matlab для линейного квантования с числом уровней L , а также соответствующие графики исходного и квантованного сигналов;
- блок-схему моделирования в среде Simulink, а также графики результатов квантования в среде Simulink.

4. Сделать общие выводы по работе, сравнив между собой моделирование в среде Matlab и моделирование в среде Simulink

Внимание! Задание для желающих получить бонусные аттестационные балы: исправьте приведенную в Приложении (раздел 2.3) программу нелинейного квантования так, чтобы устранить нежелательные локальные всплески в области малых уровней речевого сигнала.

Контрольные вопросы:

1. В чем преимущество нелинейного квантования перед линейным?
2. Какие проблемы возникают при реализации нелинейного квантования, и как их решают?

Квантование и его моделирование в средах Matlab-Simulink

1. Теоретические сведения

Квантование - это процесс перехода от континуального множества значений сигнала к дискретному множеству, объем которого равен количеству уровней квантования.

Равномерное (линейное) квантование. Рассмотрим рис.1, на котором изображены L уровней квантования аналогового сигнала с полным диапазоном напряжений, равным $V_{PP} = V_P - (-V_P) = 2V_P$ вольт. Квантованные импульсы могут иметь положительные и отрицательные значения. Шаг между уровнями квантования, называемый *интервалом квантования*, составляет q вольт. Если уровни квантования равномерно распределены по всему диапазону, устройство квантования именуется *равномерным*, или *линейным*. Каждое дискретное значение аналогового сигнала аппроксимируется квантованным импульсом: аппроксимация дает ошибку, не превышающую $q/2$ в положительном направлении или $-q/2$ в отрицательном. Таким образом, ухудшение сигнала вследствие квантования ограничено половиной квантового интервала, $\pm q/2$ вольт.

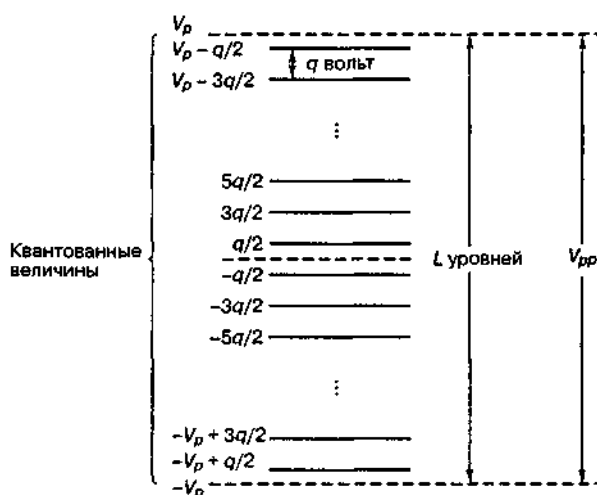


Рис.1. Уровни квантования

Хорошим критерием качества равномерного устройства квантования является его дисперсия (средний квадрат ошибки $e_i = \tilde{x}_i - x_i$ при подразумеваемом нулевом среднем, где $\tilde{x}_i$ - квантованный отсчет, x_i - квантуемый отсчет). Если считать, что ошибка квантования e равномерно распределена в пределах интервала квантования шириной q (т. е. принимает все возможные значения с равной вероятностью), то дисперсия ошибок для устройства квантования составляет

$$\sigma^2 = \int_{-q/2}^{q/2} e^2 p(e) de = \quad (1a)$$

$$= \int_{-q/2}^{q/2} e^2 \frac{1}{q} de = \frac{q^2}{12} \quad (1b)$$

где $p(e) = 1/q$ при $-q/2 < q < q/2$ и 0 для др. q - плотность вероятностей ошибки квантования. Дисперсия σ^2 соответствует *средней мощности шума квантования*. Пиковую мощность аналогового сигнала (нормированную на 1 Ом) можно выразить как

$$V_P^2 = \left(\frac{V_{PP}}{2} \right)^2 = \left(\frac{q(L-1)}{2} \right)^2 \approx \frac{q^2 L^2}{2} \quad (2)$$

где L - число уровней квантования. Объединение выражений (1) и (2) дает отношение *пиковой* мощности сигнала к *средней* мощности квантового шума $(S/N)_q$:

$$(S/N)_q = \frac{q^2 L^2 / 4}{q^2 / 12} = 3L^2, \quad (3)$$

где $N = \sigma^2$ — средняя мощность шума квантования. Очевидно, что отношение $(S/N)_q$ квадратично растет с числом уровней квантования. В пределе ($L \rightarrow \infty$) сигнал становится аналоговым (бесконечное число уровней квантования и нулевой шум квантования). Отметим, что для случайных сигналов в параметр $(S/N)_q$ входит не максимальная, а средняя мощность сигнала. В этом случае для получения средней мощности сигнала требуется знать функцию плотности вероятности.

Неравномерное (нелинейное) квантование. Линейные устройства квантования легко реализовать и легко понять — в этом их очевидное достоинство. Вместе с тем, выбор параметров устройств равномерного квантования не предполагает никаких знаний о статистике амплитуд и корреляционных свойствах входного сигнала.

Нелинейные устройства квантования, обеспечивающие неравномерное квантование, применяются тогда, когда возникает желание учесть статистику амплитуд и корреляционные свойства входного сигнала.

Существуют приложения, для которых равномерные устройства квантования являются наилучшими. Это — обработка музыкальных сигналов, обработка изображений, контроль процессов и ряд других. Для некоторых иных приложений более приемлемы неравномерные квантующие устройства. Важнейшим примером такого рода является обработка речевых сигналов в системах связи.

Человеческая речь характеризуется уникальными статистическими свойствами, одно из которых проиллюстрировано на рис. 2.

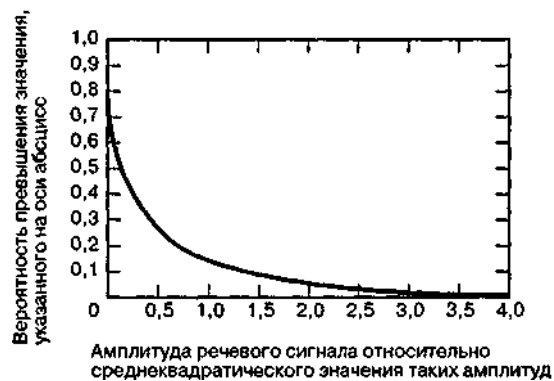


Рис. 2. Статистическое распределение амплитуд речи одного лица

На оси абсцисс отложены амплитуды речевого сигнала, нормированные по среднеквадратическому значению амплитуд, а на оси ординат — вероятность. Для большинства каналов речевой связи доминируют очень низкие уровни сигналов: 50% времени напряжение, характеризующее энергию обнаруженной речи, составляет менее четверти среднеквадратического значения. Значения с большими амплитудами встречаются относительно редко: только 15% времени напряжение превышает среднеквадратическое значение.

При передаче речи система с равномерным квантованием будет неэкономной - многие уровни квантования будут использоваться довольно редко. Кроме того, в такой системе шум квантования будет одинаковым для всех амплитуд сигнала. Следовательно, при таком

квантовании отношение сигнал/шум будет хуже для сигналов низких уровней, чем для сигналов высоких уровней.

Неравномерное квантование может обеспечить лучшее квантование слабых сигналов и грубое квантование сильных сигналов. Значит, **в этом случае шум квантования может быть пропорциональным сигналу**. Результатом является **повышение общего отношения сигнал/шум** — уменьшение шума для доминирующих слабых сигналов за счет повышения шума для редко встречающихся сильных сигналов. На рис. 3 сравнивается квантование слабого и сильного сигналов при равномерном и неравномерном квантовании. Ступенчатые сигналы представляют собой аппроксимации аналоговых сигналов (после введения искажения вследствие квантования).



Рис. 3. Равномерное и неравномерное квантование сигналов

Одним из способов получения неравномерного квантования является использование устройства с неравномерным квантованием с характеристикой, показанной на рис. 4.а. Гораздо чаще неравномерное квантование реализуется следующим образом: вначале исходный сигнал деформируется с помощью устройства, имеющего логарифмическую характеристику сжатия, показанную на рис. 4.б, а потом используется устройство квантования с равномерным шагом. Для сигналов малой амплитуды характеристика сжатия имеет более крутой фронт, чем для сигналов большой амплитуды. Следовательно, изменение данного сигнала при малых амплитудах затронет большее число равномерно размещенных уровней квантования, чем то же изменение при больших амплитудах. Характеристика сжатия эффективно меняет распределение амплитуд входного сигнала, так что на выходе системы сжатия уже не существует преобладания сигналов *малых* амплитуд. После сжатия деформированный сигнал подается на вход равномерного (линейного) устройства квантования с характеристикой, показанной на рис. 4.в. После приема сигнал пропускается через устройство с характеристикой, обратной к показанной на рис. 4.б и называемой *расширением*, так что общая передача не является деформированной. Описанная пара этапов обработки сигнала (сжатие и расширение) в совокупности обычно именуется *компандированием*.

В Северной Америке μ -уровневая характеристика устройства сжатия описывается следующим законом:

$$y = y_{\max} \frac{\ln[1 + \mu(|x|/x_{\max})]}{\ln(1 + \mu)} \operatorname{sgn} x, \quad (4)$$

где

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} +1 & \text{при } x \geq 0 \\ -1 & \text{при } x < 0 \end{cases},$$

μ - положительная константа, x и y - напряжения на входе и выходе, а $x_{\max}$ и $y_{\max}$ - максимальные амплитуды напряжений на входе и выходе.

В Европе для описания характеристики устройства сжатия используется несколько иной закон:

$$y = \begin{cases} y_{\max} \frac{A(|x|/x_{\max})}{1 + \ln A} \operatorname{sgn} x, & 0 < \frac{|x|}{x_{\max}} \leq \frac{1}{A}; \\ y_{\max} \frac{1 + \ln[A(|x|/x_{\max})]}{1 + \ln A} \operatorname{sgn} x, & \frac{1}{A} < \frac{|x|}{x_{\max}} \leq 1; \end{cases} \quad (5)$$

Здесь A - положительная константа, а x и y определены так же, как и в формуле (4).

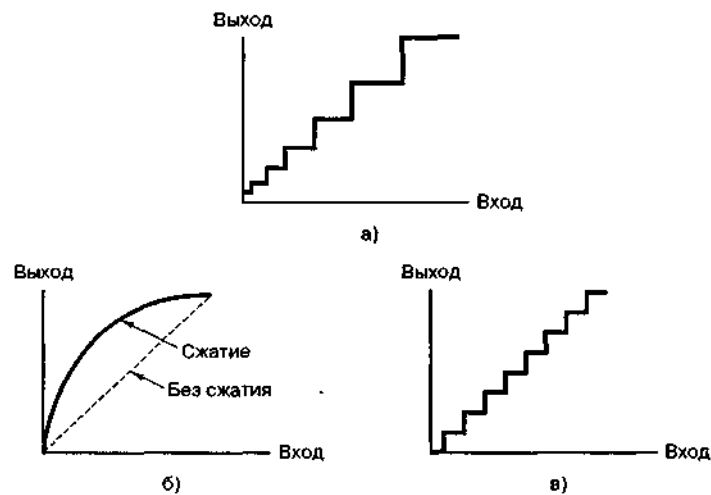


Рис. 4. Примеры характеристик: а) характеристика неравномерного устройства квантования; б) характеристика сжатия; в) характеристика равномерного устройства квантования

Вид характеристик (4) и (5) приведен на рис.5.

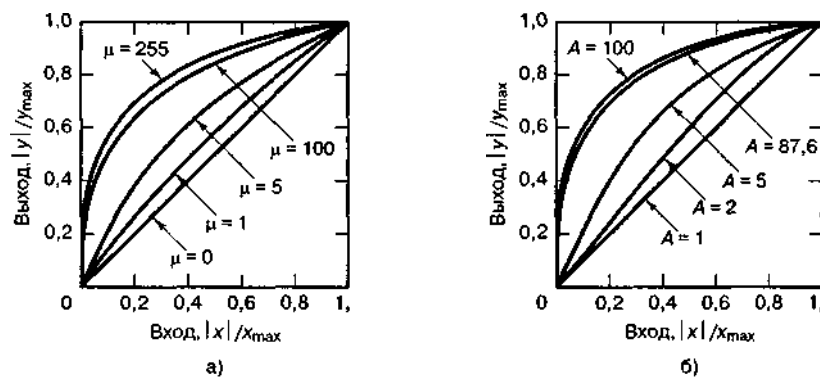


Рис. 5. Характеристики устройств сжатия: а) для различных значений μ ; б) для различных значений A

Математическое описание процедуры квантования. Процедуру квантования описывают с помощью вектора (размерностью $L-1$) деления области определения сигнала

$P_1, P_2, \dots, P_{L-1}$ (vector partition) и вектора (размерностью L) значений кодированного сигнала $C_1, C_2, \dots, C_L$ (codebook). Если x - текущее значение сигнала, тогда на выход квантователя выдаются значения по правилу, приведенному в таблице 2:

Таблица 2.

Вход x	Выход y
$x \leq P_1$	C_1
$P_1 \leq x \leq P_2$	C_2
$P_2 \leq x \leq P_3$	C_3
...	...
$x \geq P_{L-1}$	C_L

2. Моделирование квантования

2.1. Моделирование квантования в Matlab

M-функция квантования в **Matlab** имеет вид:

[ind, xQ, D] = quantiz(x, partition, codebook),

где **x** – вектор отсчетов сигнала; **partition** – вектор границ интервалов $P_1, P_2, \dots, P_{L-1}$; **codebook** – вектор $C_1, C_2, \dots, C_L$ значений кодовой книги; **ind** – вектор-столбец индексов (номеров) интервалов; **xQ** – вектор-строка квантованных значений сигнала; **D** – средний квадрат ошибки квантования:

$$D = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N_t} (x_n - \tilde{x}_n)^2.$$

Пример применения m-функции:

```
% квантование гармонического (50 Гц) сигнала единичной амплитуды
% частота дискретизации 1000 Гц
i=1:20;
x=cos(2*pi*50*i/1000);
partition=[-.75 -.25 .25 .75];
codebook=[-.825 -.5 0 .5 .825];
[ind, xQ, D] = quantiz(x, partition, codebook);
plot(i,x), hold on, stem(i,xQ)
legend('Исходный сигнал','Результат квантован.')
for n=1:4
prt(n,i)=partition(n); plot(i,prt,'k')
end
for m=1:5
cdbk(m,i)=codebook(m); plot(i,cdbk,'r-')
end
figure
stem(i,ind), title('Индексы')
ind, xQ, D
```

Исходный и квантованный сигналы приведены на рис.6, график значений индексов приведен на рис.7.

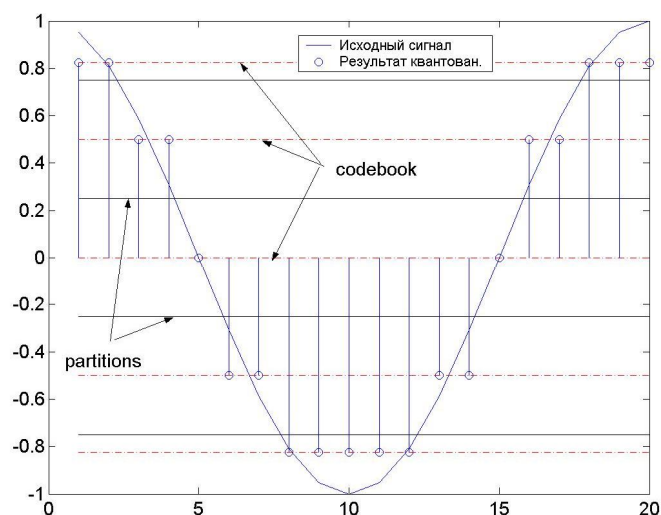


Рис.6

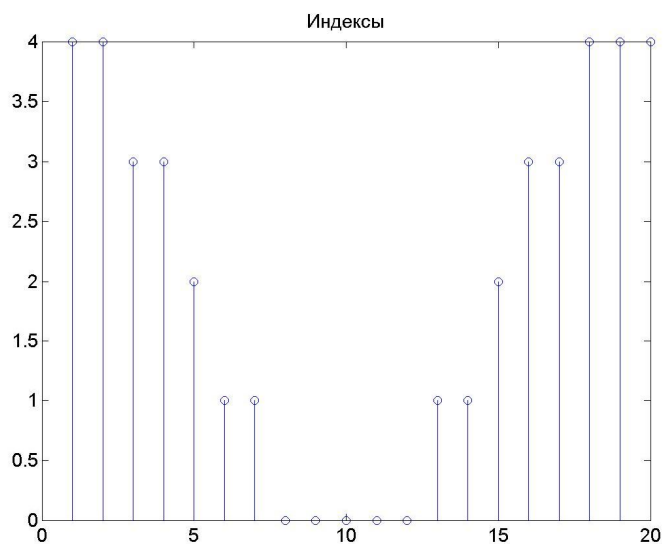


Рис.7

2.2. Моделирование квантования в Simulink

Блок **Sampled quantizer encode** (рис.8) находится (для Matlab вер.6.1) в разделе Communications Blockset\Source Coding.

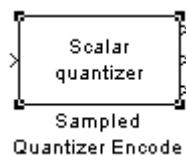


Рис.8.

Данный блок имеет один вход и три выхода. На вход подается квантуемый сигнал. На выходах, сверху вниз: вектор **ind**, вектор **xQ**, вектор квадратов ошибки квантования (а не средний квадрат ошибки, как в случае m-функции **quantiz**!).

Пример применения блока Sampled quantizer encode:

Собираем схему, показанную на рис.9.

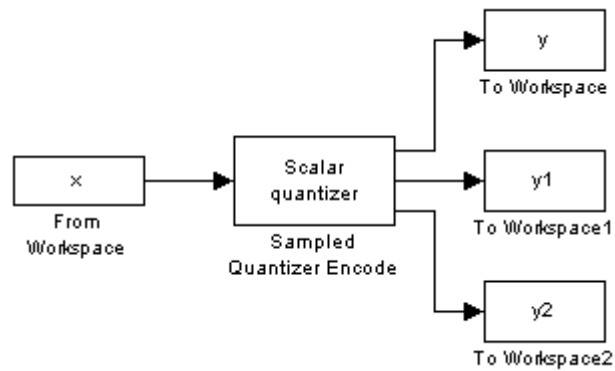


Рис.9. Квантование сигнала блоком **Sampled quantizer encode**

Настраиваем блок **From Workspace**:

Block Parameters: From Workspace

From Workspace

Read data values specified in array or structure format from MATLAB's workspace.

Array (or matrix) format:

1-D signal:
var=[TimeValues DataValues]

For 2-D signal use structure format

Structure format:

var.time=[TimeValues]

var.signals.values=[DataValues]

var.signals.dimensions=[DimValues]

Select interpolation to interpolate or extrapolate at time steps for which data does not exist.

Parameters

Data:

x

Sample time:

.5

☒ Interpolate data

Form output after final data value by: Extrapolation

OK Cancel Help Apply

Рис.10. Окно-маска для настройки блока **From Workspace**

Настраиваем блок **Sampled quantizer encode**:

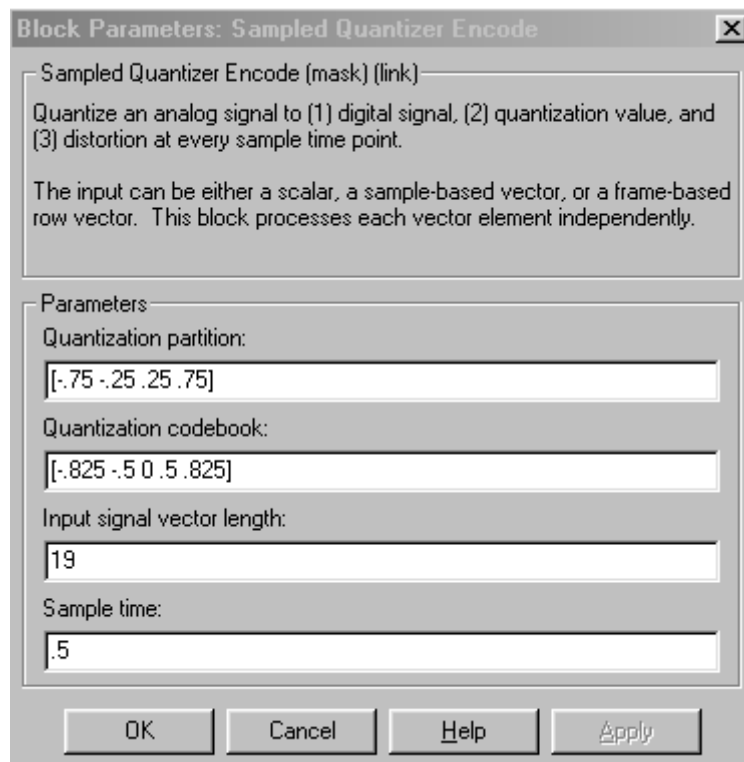


Рис.11. Окно-маска для настройки блока **Sampled quantizer encode**

Заметим, что длину входного вектора берем не 20, а 19 – это необходимо, чтобы схема работала нормально (разумеется, в каждом из вариантов лабораторной работы длина входного вектора будет иной!).

Блоки **To Workspace** настраиваем следующим образом:

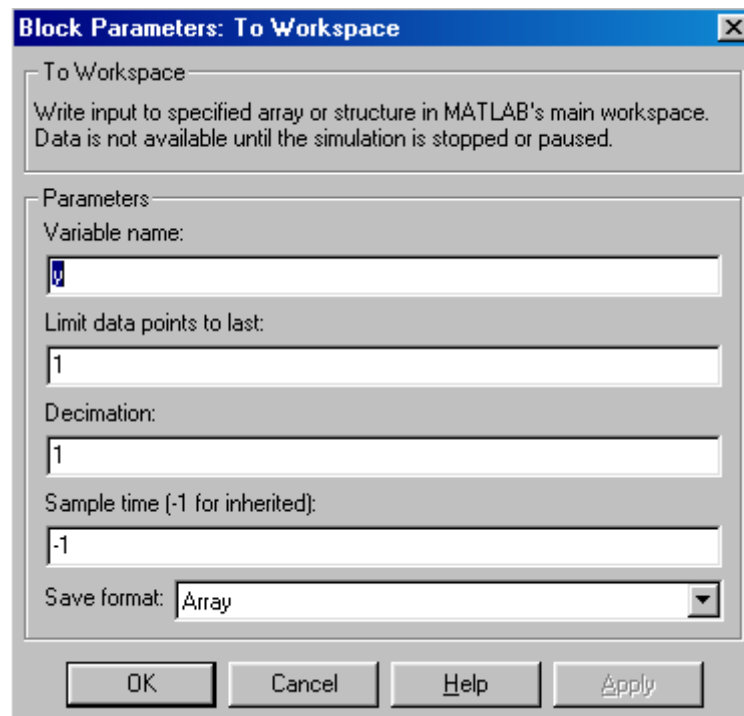


Рис.12. Окно-маска для настройки блока **To Workspace**

Обратите внимание: формат результата – массив (array), а не структура (structure). Данные в формате массива удобнее анализировать, поскольку не нужно тратить время на их извлечение из структуры с помощью специальных довольно громоздких команд.

Далее в командном окне **Matlab** строим график фрагмента массива **y**:

stem(y)

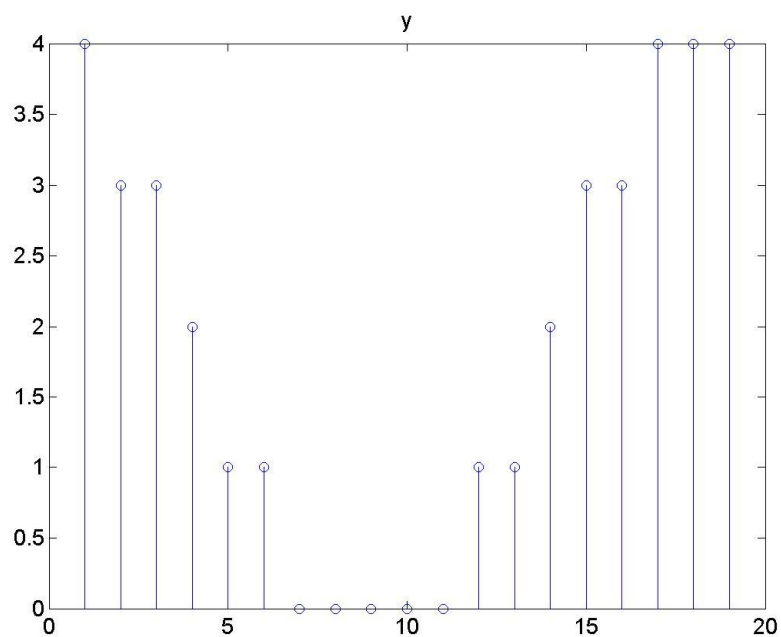


Рис.13.

Сравнивая рис.13 с рис.7, видим, что на рис.13 изображен массив индексов, но без первого элемента. Таким образом, «потерялся» один (первый) элемент. Это понятно, поскольку размер входной выборки мы задавали 19.

Аналогично строим график выходного сигнала **y1** со второго выхода (рис.14).

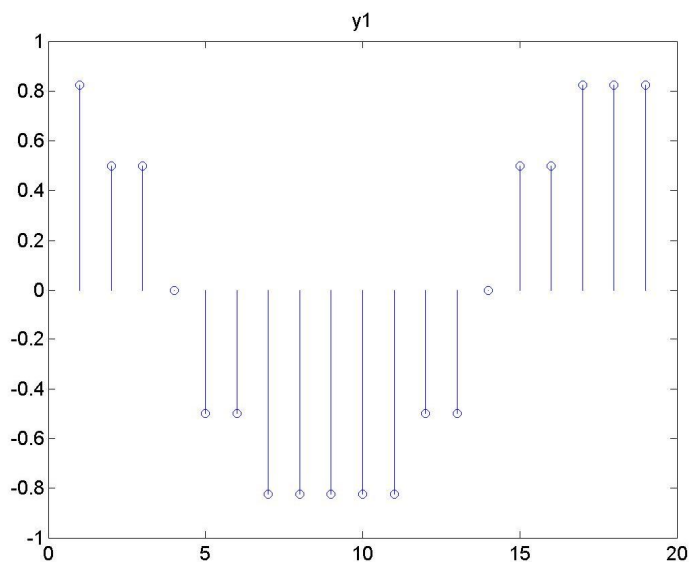


Рис.14.

Сравнивая рис.14 с рис.6 видим, что на рис.14 изображен квантованный сигнал, но также без первого отсчета.

Наконец, строим график массива **y2** (рис.15).

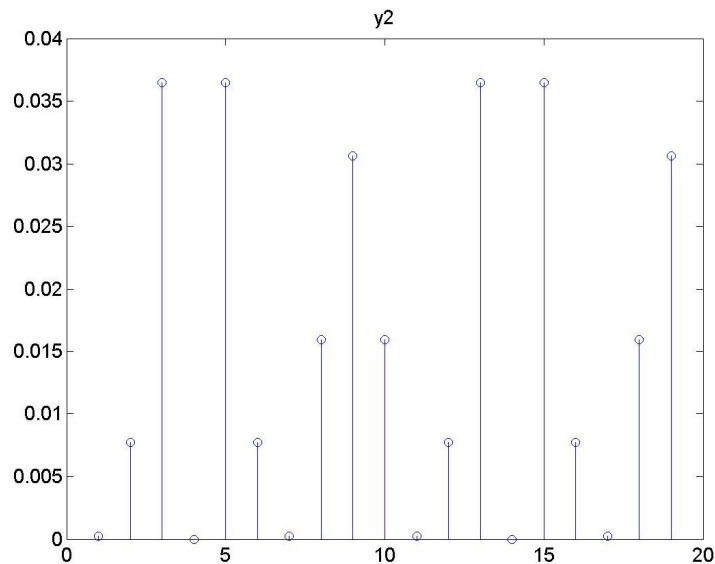


Рис.15

Сопоставляя рис.15 с рис.6, заключаем, что на рис.15 изображен квадрат ошибки (массив), а не средний квадрат ошибки (число).

Таким образом, реализация квантования с помощью **m**-функции **quantiz** и с помощью блока **Sampled quantizer encode** приводит к несколько отличающимся результатам.

Дополнительный раздел

2.3. Квантование реальных сигналов в Matlab и Simulink

Программа линейного квантования реальных сигналов (в данном конкретном случае – это сигнал **vorona.wav**) имеет следующий вид:

```
% lin_quant.m - программа линейного квантования
[y,Fs,bits]=wavread('vorona.wav'); % чтение сигнала (Fs – ч-та дискретизации; bits - кол-во бит)
ymax = max(abs(y)); y = y/ymax; % нормализация сигнала
T = length(y)/Fs; disp('протяженность сигнала T = '); disp(T); % протяж-сть сигнала в секундах
t = 1/Fs:1/Fs:length(y)/Fs; figure; plot(t,y);
title(['Исходный сигнал, ' num2str(bits) ' бит, ' num2str(Fs) ' Гц'],'FontSize', 14, 'FontName', 'MS Sans Serif');
xlabel('Время, с','FontSize', 14, 'FontName', 'MS Sans Serif');grid on;
wavplay(y,Fs); pause;
b = 8; % новое количество бит
L = 2^b; % новое количество уровней
q = 2/(L-1); % квант уровня
partition = -1+q/2:q:1-q/2;
codebook = -1:q:1;
[ind, ylinq, D] = quantiz(y, partition, codebook);
figure; plot(t,ylinq);
title(['Рез-тат лин. квантования, ' num2str(b) ' бит, ' num2str(Fs) ' Гц'],'FontSize', 14, 'FontName', 'MS Sans Serif');
xlabel('Время, с','FontSize', 14, 'FontName', 'MS Sans Serif');grid on;
wavplay(ylinq,Fs);
```

Результат линейного 4-битного квантования реального сигнала показан на рис. 16.



Рис. 16. Результат линейного 4-битного квантования реального сигнала

На графике рис. 16 отчетливо видно, что малые уровни речевого сигнала существенно искажены.

Программа нелинейного квантования реальных сигналов по А-закону имеет вид:

```
% nonlin_quant.m - программа линейного квантования
[y,Fs,bits]=wavread('vorona.wav'); % чтение сигнала (Fs – ч-та дискретизации; bits - кол-во бит)
ymax = max(abs(y)); y = y/ymax; % нормализация сигнала
T = length(y)/Fs; disp('протяженность сигнала T = '); disp(T); % протяж-сть сигнала в секундах
t = 1/Fs:1/Fs:length(y)/Fs; figure; plot(t,y);
title(['Исходный сигнал, ' num2str(bits) ' бит, ' num2str(Fs) ' Гц'],'FontSize', 14, 'FontName', 'MS
Sans Serif');
xlabel('Время, с','FontSize', 14, 'FontName', 'MS Sans Serif');grid on;
wavplay(y,Fs); pause;
%=== предыскажение сигнала по А-закону ===
A = 100; % значение параметра А
if 0<abs(y)<=1/A
    yn = A*abs(y).*sign(y)/(1+log(A));
else
    if y == 0
        y = 1e-3 ;
    end
    yn = (1+log(A*abs(y))).*sign(y)/(1+log(A));
end
sum_nan = sum(isnan(yn)); % кол-во NaN
yn = yn(~isnan(yn)); % удаление NaN
t1 = 1/Fs:1/Fs:(length(y)-sum_nan)/Fs;
figure; plot(t1,yn);
title(['Предыскаженный сигнал, ' num2str(bits) ' бит, ' num2str(Fs) ' Гц'],'FontSize', 14, 'FontName',
'MS Sans Serif');
xlabel('Время, с','FontSize', 14, 'FontName', 'MS Sans Serif');grid on;
wavplay(yn,Fs); pause;
%=== квантование предыскаженного сигнала =====
b = 8; % новое количество бит
L = 2^b; % новое количество уровней
q = 2/(L-1); % квант уровня
partition = -1+q/2:q:1-q/2;
codebook = -1:q:1;
[ind, yq, D] = quantiz(yn, partition, codebook);
figure; plot(t1,yq);
title(['Квантование предыскаж. сигнала, ' num2str(b) ' бит, ' num2str(Fs) ' Гц'],'FontSize', 14,
'FontName', 'MS Sans Serif');
xlabel('Время, с','FontSize', 14, 'FontName', 'MS Sans Serif');grid on;
% === обратное нелинейное искажение сигнала =====
if 0<abs(yq)<=1/(1+log(A))
    yv = (1+log(A))*abs(yq).*sign(yq)/A;
else
```

```

    yv = exp((1+log(A))*abs(yq)-1).*sign(yq)/A;
end
figure; plot(t1,yv);
title(['Рез-тат нелин. квантования, ' num2str(b) ' бит, ' num2str(Fs) ' Гц'],'FontSize', 14, 'FontName',
'MS Sans Serif');
xlabel('Время, с','FontSize', 14, 'FontName', 'MS Sans Serif');grid on;
wavplay(yv,Fs);

```

Результат нелинейного 4-битного квантования по А-закону ($A=100$) реального сигнала показан на рис. 17.

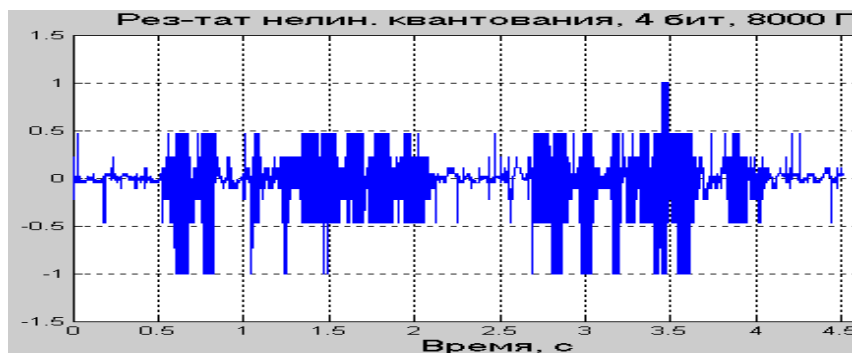


Рис. 17. Результат нелинейного ($A=100$) 4-битного квантования реального сигнала

На графике рис. 17 отчетливо видны, что малые уровни речевого сигнала в целом искажены значительно меньше, однако **почему-то наблюдаются локальные всплески**. Предварительные исследования этого явления показали, что причиной тому – нулевые значения исходного сигнала.

Внимание! Задание для желающих получить бонусные аттестационные балы: исправьте приведенную выше программу нелинейного квантования так, чтобы устранить указанные локальные всплески в области малых уровней речевого сигнала.

Кстати, нелинейное квантование сигнала в среде Simulink (рис. 18) при тех же параметрах (4 бита, $A=100$) приводит к существенно лучшим результатам в области малых уровней сигнала (рис.19).

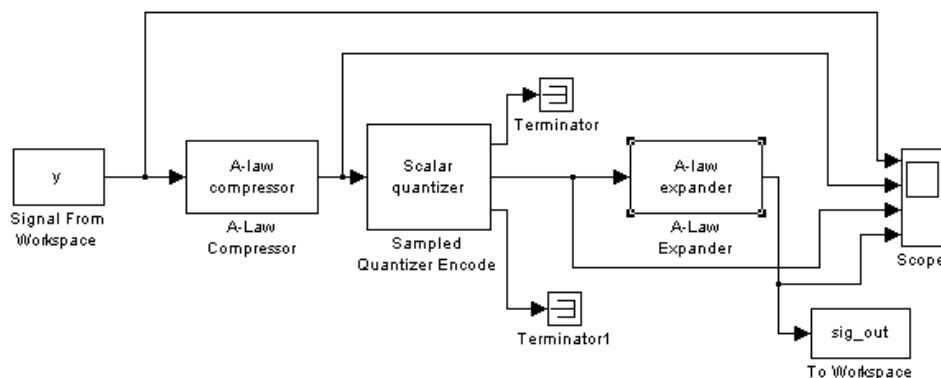


Рис. 18

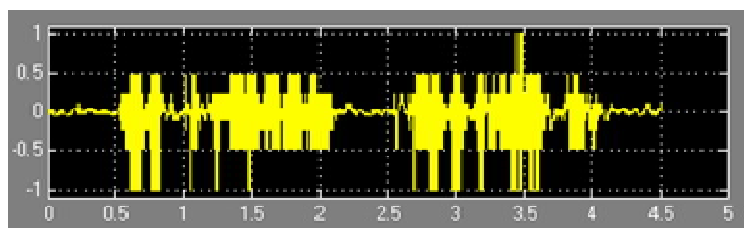


Рис. 19

Литература

1. Продеус А.Н., Родінова М.В. Безпаперова технологія проведення практикумів із статистичної обробки сигналів. – Електроника и связь, №20, 2003, pp.117-120
2. Гультяев А. Имитационное моделирование в среде Windows. – С-Пб, КОРОНА принт, 1999. – 287 с.
3. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – М., С-Пб, К., изд.дом «Вильямс», 2003. – 1092 с.
4. Калюжний О.Я. Моделювання систем передачі сигналів в обчислювальному середовищі MATLAB-Simulink. – К., “Політехніка”, 2004. – 135 с.